

Aufgabenkatalog Analysis – Sommersemester 2019

Aufgaben zum Thema **Definitions- und Wertebereiche**

DR. ANTON MALEVICH, LEONARD BECHTEL, JULIAN MAAS

Aufgabe 1 (1) Für welche reellen Zahlen sind die folgenden Funktionen jeweils definiert?

a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$,

e) $f(x) = \frac{1}{x+|x|}$,

b) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$,

f) $f(x) = \frac{x^2}{2|x|-3}$.

c) $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-6x+8}$,

d) $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^3-4x}$,

g) $f(x) = \frac{|x+2|+1-2x-2x^2}{|2x+2|-1}$.

Aufgabe 2 (1) Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion.

a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-1}$,

f) $f(x) = \frac{\sqrt[6]{x^2-1}}{x}$,

b) $f(x) = \sqrt{-x^2}$,

g) $f(x) = \frac{x}{(9-x^2)^{2/3}}$,

c) $f(x) = \sqrt[4]{2-x}$,

h) $f(x) = \sqrt{x^2(x-2)}$,

d) $f(x) = \sqrt{2-x-x^2}$,

e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

i) $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{1-3x+2x^2}}$.

Aufgabe 3 (2) Bestimmen Sie die Definitionsbereiche der Funktionen f_1 , f_2 und $f_1 + f_2$ für

a) $f_1(x) = \sqrt[4]{3-x}$, $f_2(x) = \sqrt{x+1}$;

b) $f_1(x) = \sqrt{1-x^2}$, $f_2(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{2x-1}}$;

c) $f_1(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-3}$, $f_2(x) = \ln(x^2-4)$;

d) $f_1(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{5x-x^2}}$, $f_2(x) = \tan x$;

e) $f_1(x) = \ln(16-x^2)$, $f_2(x) = \frac{1}{1-\sin x}$;

f) $f_1(x) = x + \sqrt{x-1}$, $f_2(x) = x - \sqrt{x-1}$.

Aufgabe 4 (2) Bestimmen Sie die Definitionsbereiche der Funktionen f und $1/f$ für

a) $f(x) = x^2 - 1 + 1$,

f) $f(x) = 5^x - 2^{x+1}$,

b) $f(x) = |x| - 2$,

g) $f(x) = 3 - 2 \cos x$,

c) $f(x) = \ln(1-x^2)$,

h) $f(x) = \sqrt{2} - 2 \sin x$,

d) $f(x) = x + \sqrt{x+2}$,

e) $f(x) = \sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}$,

i) $f(x) = 1 - \cot x$.

Aufgabe 5 (1) Bestimmen Sie die Kompositionen $f \circ g$ und $g \circ f$ sowie deren Definitionsbereiche.

a) $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$;

b) $f(x) = g(x) = \sqrt{1-x^2}$;

c) $f(x) = 10^x$, $g(x) = \ln x$;

d) $f(x) = x^5$, $g(x) = x + 5$;

e) $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \infty), \\ 0, & x \in (-\infty, 0), \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} 0, & x \in [0, \infty), \\ x^2, & x \in (-\infty, 0); \end{cases}$

f) $f(x) = \ln x^2$, $g(x) = \sin x$.

Aufgabe 6 (2) Beweisen Sie, dass die folgenden Funktionen beschränkt sind.

a) $f(x) = x^2 - x - 1$, $x \in [-1, 5]$;

d) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^4 + 10}}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$;

b) $f(x) = \frac{1}{x - 10}$, $x \in [0, 5]$;

e) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x^3 - 1|}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1$;

c) $f(x) = \frac{x^3}{x^4 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$;

f) $f(x) = \frac{3x^2 + 6x + 10}{\sqrt{0,1x^4 + 1}}$.

Aufgabe 7 (2) Beweisen Sie, dass die folgenden Funktionen beschränkt sind.

a) $f(x) = 10^{-|x|}$,

b) $f(x) = 0,3^{x^2-1}$,

c) $f(x) = \frac{1}{\ln(2+x^4)}$,

d) $f(x) = \ln_4(x^2 + 5) - \log_2(1 + |x|)$,

e) $f(x) = (\log_{10} x + \log_x 10)^{-1}$.